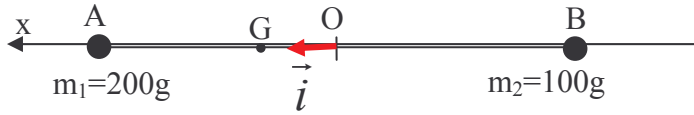


حل التمرين 05



.1

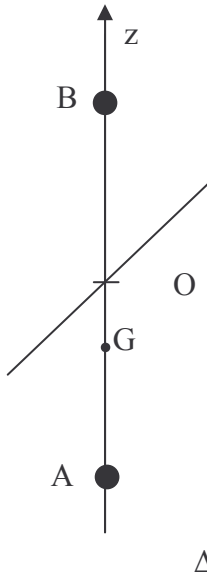
تحديد موقع G مركز قصور المجموعة :

$$m_1 \overline{OG}_1 + m_2 \overline{OG}_2 = (m_1 + m_2) \overline{OG}$$

$$\Rightarrow \overline{OG} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 \overline{OG}_1 + m_2 \overline{OG}_2)$$

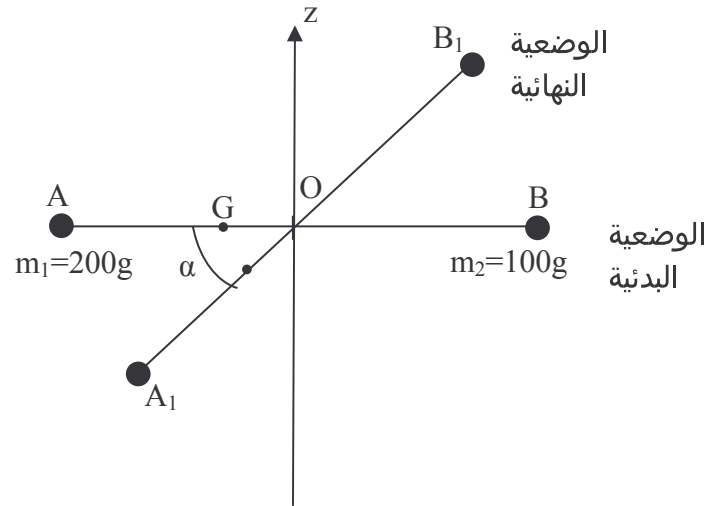
$$\Rightarrow \overline{OG} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 \frac{L}{2} \vec{i} + m_2 (-\frac{L}{2} \vec{i}))$$

$$m_1 = 2m_2 \Rightarrow \overline{OG} = \frac{L}{6m_2} (2m_2 \vec{i} - m_2 \vec{i})$$

نستنتج : $\overline{OG} = \frac{L}{6} \vec{i}$ أي $OG = 10 \text{ cm}$.

.2

لكي تكون المجموعة في حالة توازن مستقر، يجب أن تكون قيمة طاقة وضعها الثقالية دنوية .

يجب أن تكون G أسفل النقطة O على المحور الرأسى Oz .
إذن لا يمكن للمجموعة أن تبقى في حالة توازن في الوضع الأفقى.

.3

تعبير طاقة الوضع الثقالية : نعتبر اعتباطا الحالة المرجعية عندما تكون المجموعة أفقية :

 $E_{pp} = mgz + C$ عند $z=0$ $E_{pp}=0$ إذن $E_{pp} = mgz$.عند انتقال المجموعة من الوضعية البدئية AB إلى النهائية A_1B_1 ،

$E_{pp_i} = 0$: عند الحالة البدئية AB
: عند الحالة النهائية A₁B₁

$E_{pp_f} = mgz_G = -mgOG \sin \alpha$
 $E_{pp_f} = -mg \frac{L}{6} \sin \alpha = -(m_1 + m_2)g \frac{L}{6} \sin \alpha$

في غياب الاحتكاكات ومقاومة الهواء، تحتفظ الطاقة الميكانيكية:
 $E_{m_i} = E_{m_f}$
 $E_{c_i} + E_{pp_i} = E_{c_f} + E_{pp_f}$

تساوي الطاقة الحركية للمجموعة مجموعة الطاقة الحركية للكتلتين،
أما الساق فطاقنها الحركية منعدمة لأنها بدون كتلة.
 $E_{c_i} = 0$ $E_{c_f} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

$0 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 - (m_1 + m_2) g \frac{L}{6} \sin \alpha \Rightarrow v = \sqrt{g \frac{L}{3} \sin \alpha}$ نستنتج :
تطبيق عددي : $v = 1,17 \text{ m.s}^{-1}$

حساب السرعة الزاوية للساق :
 $\omega = \frac{v}{OA} \Rightarrow \omega = \frac{2v}{L}$
تطبيق عددي : $\omega = 3,90 \text{ rd.s}^{-1}$

4. تعبير السرعة الزاوية القصوى للساق :
 $\omega = \frac{2v}{L} = \frac{2\sqrt{g \frac{L}{3} \sin \alpha}}{L} \Rightarrow \omega = \sqrt{g \frac{4}{3L} \sin \alpha}$

تكون ω قصوى في حالة $\sin \alpha = 1$ أي $\alpha = 90^\circ$: $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4g}{3L}}$
تطبيق عددي : $\omega_{\max} = 21,77 \text{ m.s}^{-1}$
نستنتج السرعة القصوى للكتلتين :
 $v_{\max} = OA \cdot \omega_{\max} \Rightarrow v_{\max} = \frac{L}{2} \omega_{\max}$
تطبيق عددي : $v_{\max} = 6,53 \text{ m.s}^{-1}$