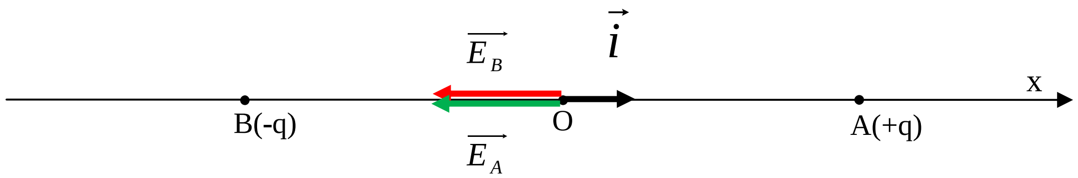
حـل الـتـمـريــن 03

تذكير : تعبير متجهة المجال الكهرساكن المحدث بالنقطة M من طرف شحنة q توجد بالنقطة A :

$$\overrightarrow{E_A}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{AM^2}\overrightarrow{u_{AM}}$$

.1 $\overrightarrow{E_A}$ متجهة المجال الكهرساكن المحدث من طرف الشحنة A(+q) بالنقطة O .

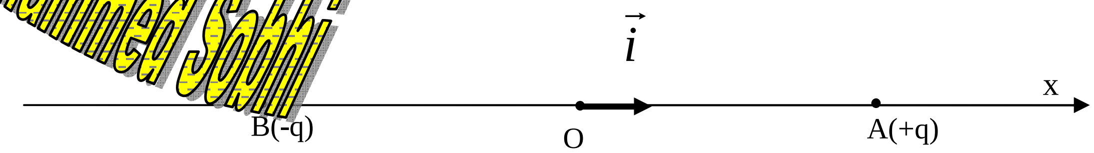
$\overrightarrow{E_B}$ متجهة المجال الكهرساكن المحدث من طرف الشحنة A(+q) بالنقطة O .



$$\overrightarrow{E_A}(O)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\overrightarrow{u_{AO}}\quad;\quad\overrightarrow{u_{AO}}=-\vec{i}\Rightarrow\overrightarrow{E_A}(O)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\vec{i}$$

$$\overrightarrow{E_B}(O)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-q)}{a^2}\overrightarrow{u_{BO}}\quad;\quad\overrightarrow{u_{BO}}=\vec{i}\Rightarrow\overrightarrow{E_B}(O)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\vec{i}$$

.2



الحالة الأولى : $x>a$.

$$\overrightarrow{E_A}(M)=k\frac{q}{(x-a)^2}\vec{i}\quad;\quad\overrightarrow{E_B}(M)=k\frac{-q}{(x+a)^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}(M)=\overrightarrow{E_A}(M)+\overrightarrow{E_B}(M)\Rightarrow\vec{E}(M)=kq\left(\frac{1}{(x-a)^2}-\frac{1}{(x+a)^2}\right)\vec{i}$$

$$\Rightarrow\vec{E}(M)=4kq\frac{ax}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{ax.q}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}$$

الحالة الثانية : $x<-a$:

$$\overrightarrow{E_A}(M)=k\frac{q}{(a-x)^2}(-\vec{i})=-k\frac{q}{(a-x)^2}\vec{i}\quad;\quad\overrightarrow{E_B}(M)=k\frac{-q}{(-a-x)^2}(-\vec{i})=k\frac{q}{(a+x)^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}(M)=kq\left(\frac{1}{(x+a)^2}-\frac{1}{(x-a)^2}\right)\vec{i}\Rightarrow\vec{E}(M)=-4kq\frac{ax}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}=-\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{ax.q}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}$$

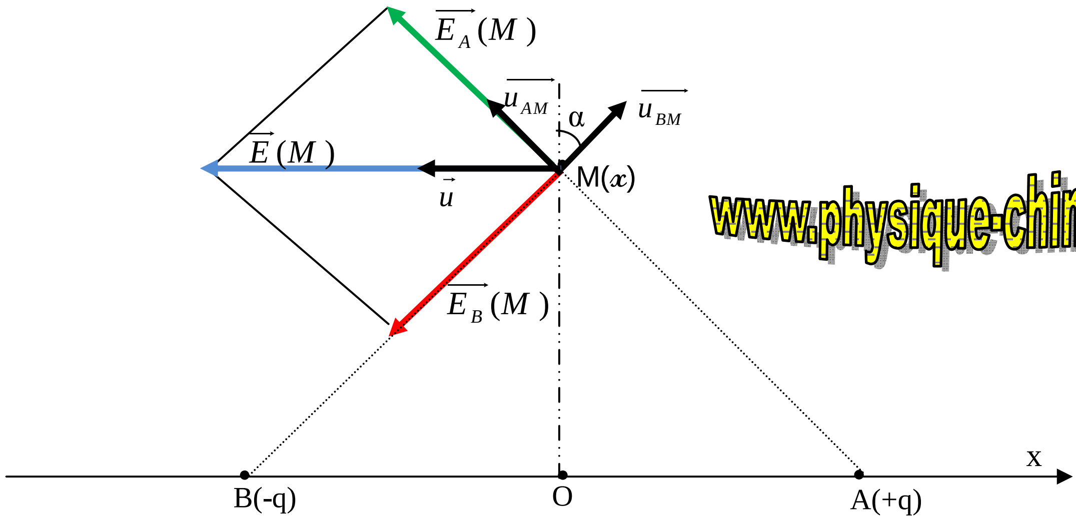
الحالة الثالثة : $-a<x<+a$:

$$\overrightarrow{E_A}(M)=k\frac{q}{(a-x)^2}(-\vec{i}) \quad ; \quad \overrightarrow{E_B}(M)=k\frac{-q}{(x-(-a))^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}(M)=-kq\left(\frac{1}{(x-a)^2}+\frac{1}{(x+a)^2}\right)\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(M)=-\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{(x^2+a^2).q}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}$$

.3



$$\vec{E}_A(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{AM^2}\overrightarrow{u_{Am}} \qquad \vec{E}_B(M)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{AM^2}\overrightarrow{u_{Bm}}$$

$$\vec{E}(M)=\overrightarrow{E_A}(M)+\overrightarrow{E_B}(M) \Rightarrow \vec{E}(M)=k\frac{q}{AM^2}\vec{u}_{AM}+k\frac{-q}{BM^2}\vec{u}_{BM}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(M)=k\frac{q}{AM^2}(\vec{u}_{AM}-\vec{u}_{BM})$$

$$\vec{u}=\vec{u}_{AM}-\vec{u}_{BM} \Rightarrow \vec{E}(M)=k\frac{q}{AM^2}\vec{u}$$

$$AM^2=a^2+x^2$$

$$\vec{u}=\vec{u}_{AM}-\vec{u}_{BM} \Rightarrow u^2=u_{AM}^2+u_{BM}^2-2u_{AM}u_{BM}\cos 2\alpha$$

$$u^2=2-2\cos 2\alpha=2(1-\cos 2\alpha)$$

$$u^2=4\sin^2\alpha \Rightarrow u=2\sin\alpha \Rightarrow u=\frac{2a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\Rightarrow E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2+x^2}\times\frac{2a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{aq}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}}$$