

المجدول Excel وطريقة أولير لحل معادلة تفاضلية

(I) الإطار النظري :

1- وضع المشكلة :

يتطرق البرنامج الجديد في جزئيه الكهرباء و الميكانيك إلى حل معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى يصعب إيجاد حل لها بالطريقة التحليلية.

سنعمل لحل المعادلة التفاضلية الناتجة عن دائرة مكونة من وشيعة (L) ، موصل أومي R ، مولد E وقاطع تيار K كما جاء في التمرين 8 ص 127 من كتاب المسار شعبة العلوم التجريبية مسلك الفيزياء وسنلجأ لطريقة أولير و سنقارن حل أولير بالحل النظري.

2- المعادلة التفاضلية :

$$E = Ri + L \frac{di}{dt} \quad \frac{di}{dt} = \frac{R}{L}i - \frac{E}{L} \quad \text{أو} \quad L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

حسب التطبيقات العددية التي جاءت في التمرين : $\frac{di}{dt} = 5 - 10^3 i$

الهدف من طريقة أولير هو البحث ، بشكل تقريبي ، عن الدالة $i(t)$ التي تحقق هذه المعادلة التفاضلية.

3- طريقة أولير:

في طريقة أولير يكون التطور الزمني متقطعاً.

نعتبر اللحظات $t_0 = 0$ ، $t_1 = t_0 + \Delta t$ ، $t_2 = t_1 + \Delta t$ ، $t_n = t_{n-1} + \Delta t$.

طريقة أولير تمكن من التحديد التقريبي للدوال $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ في اللحظات t_0 ، t_1 ، t_2 ، و بالتالي

تمثيل المبيانين $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بتطبيق علاقة الاشتقاق التالية :

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_n = \frac{i_{n+1} - i_n}{t_{n+1} - t_n} = \frac{i_{n+1} - i_n}{\Delta t}$$

ونستنتج العلاقة المحددة لقيمة $i(t)$: $i_{n+1} = \left(\frac{di}{dt} \right)_n * \Delta t + i_n$

نبدأ بتحديد $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$ أي i_0 و $\left(\frac{di}{dt} \right)_0$. ونأخذ $\Delta t = 5.10^{-5} s$.

$$t_0 = 0 \quad i_0 = 0 \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_0 = \frac{E}{L} = 5A/s$$

$$t_1 = t_0 + \Delta t \quad i_1 = \left(\frac{di}{dt} \right)_0 * \Delta t + i_0 = 0,2500mA \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_1 = 5 - 10^3 i_1 = 4,7500A/s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \quad i_2 = \left(\frac{di}{dt} \right)_1 * \Delta t + i_1 = 0,4875mA \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_2 = 5 - 10^3 i_2 = 4,5125A/s$$

$$\dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots$$
$$t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad i_{n+1} = \left(\frac{di}{dt} \right)_n * \Delta t + i_n = \dots\dots\dots mA \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_{n+1} = 5 - 10^3 i_n = \dots\dots\dots A/s$$

(II) أهمية الإعلاميات في العلوم الفيزيائية :

يحاول البرنامج الجديد للعلوم الفيزيائية دمج الأدوات المعلوماتية كوسائل ديداكتيكية وبيداغوجية ، كاستغلال برنام محاكاة (simulations) لظواهر تصعب ملاحظتها وتتبعها بسبب سرعتها، مثل انتشار الموجات، أو يتعذر تطبيقها في المختبر مثل الإستقرار (أنظر الصفحة 244 من الكتاب) أو محاكاة حركية التفاعل الكيميائي خلال الزمن أو تمثيل المبيانات وملاحظة التأثير المباشر للمتغيرات عليها باستعمال مجداولات وهو ما سوف نستغله في طريقة أولير.

III (التطبيق في المجدول Excel :

1 - تشكيل العمليات على ورقة المجدول Excel :

في الخلية A4 نكتب $i(t)$ وفي الخلية B4 نكتب di/dt .
في الخلية A5 نكتب القيمة 0 أي i_0 وفي الخلية B5 نكتب القيمة 5 أي $\left(\frac{di}{dt}\right)_0$.
في الخلية A6 نكتب المعادلة $A5 + 5 * (10^{-5}) * B5$ وفي الخلية B6 نكتب $A5 * (10^3) - 5$.
نضع المؤشر على يمين الخلية A6 حيث يأخذ الشكل + ثم نسحبه حتى الخلية 200. ونفس الشيء بالنسبة للخلية B6 .
2- التمثيل المبياني للدالتين $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$
للحصول على المبيان $i(t)$:

Insertion graphique courbe colonnes plage de données (cliquer sur la flèche rouge)
sélectionner les cellules de A5 à A100. Suivant en tant qu'objet dans feuille terminer.

للحصول على المبيان $\frac{di}{dt}$:

Même procédure avec le changement suivant : sélectionner les cellules de B5 à B200.
ملاحظة : يمكن إضافة عنوان للمبيان ، لكل من محوري الأرتيب والأفصيل وكذا الوحدات .
لمقارنة حل أولير مع الحل النظري $i = 5(1 - \exp(-10^3 t))$ نكتب في الخلايا C5 C6 C7 C200 القيم
0,00005, 0,0001, 0,00015, ثم في الخلية D5 نكتب تعبير $i(t)$ أي $(5 * (1 - \exp(-10^3 * C5)))$
ونعممها حتى D200 ثم نمثل $i(t)$ بدلالة الزمن.

3- المعاينة المباشرة لتأثير قيمة Δt على شكل المبيانين :

يمكن تغيير Δt بشكل مستمر ومعاينة تأثير هذا التغيير مباشرة على المبيان. لذلك نستعمل شريط التمرير (barre de défilement) على ورقة إكسل السابقة .

Cliquer à droite de la souris sur la partie supérieure de la feuille excel.

Cocher la barre à outils contrôle.

Poser une barre de défilement sur n'importe quelle partie de la feuille.

Cliquer à droite sur barre de défilement propriétés ensuite

Linkedcell	A2
Max	20
Min	1

Fermer la fenêtre propriétés, cliquer sur « désactiver mode création » (triangle vert) et fermer la boîte à outils contrôles.

غير الخلية A6 كالتالي $A5 + 5 * (10^{-5}) * A2 + B5$ ثم ضع المؤشر (curseur) بين A و 2 واضغط على F4 فتصبح الخلية كالتالي $A5 + 5 * (10^{-5}) * \$A\$2 + B5$ نعيد وضع المؤشر على يمين الخلية A6 حيث يأخذ الشكل + ثم نسحبه حتى الخلية 200. ونفس الشيء بالنسبة للخلية B6
لاحظ تأثير تغيير Δt على المبيانين $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بواسطة شريط التمرير.

4- تطبيقات أخرى :

يمكن تطبيق طريقة أولير لحل المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} = B - Av^2$ أو $\frac{dv}{dt} = B - Av$ في حالة سقوط جسم صلب في الهواء حيث يتعرض لقوة الوزن ودافعة أرخميدس و الاحتكاك مع الهواء مثل ما جاء في التمرين 9 صفحة 212 من نفس الكتاب. يمكن تحديد تغيرات $v(t)$ و $a(t) = \frac{dv}{dt}$ ما يقابل $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ في التمرين الذي درسناه.
يمكن استعمال شريط التمرير (la barre de défilement) للمعاينة المباشرة لتأثير n حيث $\frac{dv}{dt} = B - Av^n$ أو تأثير معامل الاحتكاك k حيث $A = \frac{k}{m}$ على السرعة الحدية .