

حل الموضوع 02

.1

1.1. المعادلة الظاهرية للتفتت : يتحول نوترون رمزه 1_0n إلى بروتون رمزه 1_1p : ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^A_ZX$.

نكتب معادلتى الانحفاظ ونستنتج قيمة كل من Z و A :

$$\text{انحفاظ عدد الشحنة } 0 = 1 + Z \Rightarrow Z = -1$$

$$\text{انحفاظ عدد الكتلة : } 1 = 1 + A \Rightarrow A = 0$$

رمز الدقيقة المتكونة هو ${}^0_{-1}X$ و تمثل إلكترون ${}^0_{-1}e$. نوع الإشعاع هو β^- .

1.2. معادلة النشاط الإشعاعي ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^A_ZX + {}^0_{-1}e$

$$\text{انحفاظ عدد الشحنة } 27 = Z - 1 \Rightarrow Z = 28$$

$$\text{انحفاظ عدد الكتلة } 60 = A + 0 \Rightarrow A = 60$$

رمز النوية المتكونة هو ${}^{60}_{28}X$ وهو عنصر النيكل ${}^{60}_{28}Ni$.

فتصبح المعادلة النووية كالتالي : ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^0_{-1}e$

2. نعتبر:

$m({}^{60}Co)$ كتلة نوية واحدة من الكوبلت 60.

$N(t)$ عدد النويدات في العينة عند اللحظة t. N_0 عدد النويدات في العينة عند اللحظة $t=0$.

$m(t)$ كتلة العينة عند اللحظة t. m_0 كتلة العينة عند اللحظة $t=0$.

كتلة العينة تساوي مجموع كتل نويداتها : $m(t) = N(t)m({}^{60}Co)$

عند $t=0$ تكون نفس العلاقة كالتالي : $m_0 = N_0m({}^{60}Co)$.

من العلاقتين السابقتين ، نستنتج:

$$\begin{cases} m(t) = N(t)m({}^{60}Co) \\ m_0 = N_0m({}^{60}Co) \end{cases} \Rightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \frac{N(t)m({}^{60}Co)}{N_0m({}^{60}Co)} \Rightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \frac{N(t)}{N_0}$$

حسب قانون التناقص الإشعاعي :

$$N(t) = N_0e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \frac{N_0e^{-\lambda t}}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \boxed{m(t) = m_0e^{-\lambda t}}$$

3. عمر النصف $t_{1/2}$ هو المدة اللازمة لكي يتفتت نصف عدد نوى عينة.

في اللحظة $t = n.t_{1/2}$

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\lambda n t_{1/2}}$$

$$\lambda t_{1/2} = \ln 2 \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-n \ln 2}$$

$$n \ln 2 = \ln 2^n \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\ln 2^n}$$

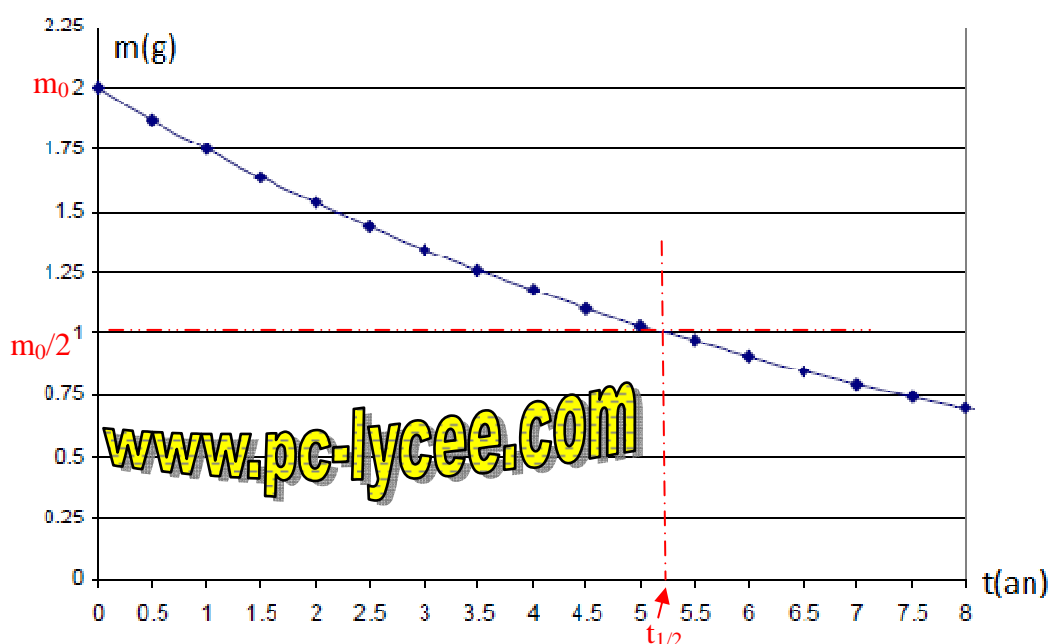
$$e^{-\ln 2^n} = \frac{1}{e^{\ln 2^n}} = \frac{1}{2^n} \quad (e^{\ln x} = x \Rightarrow e^{\ln 2^n} = 2^n)$$

$$\Rightarrow m(t) = \frac{m_0}{2^n}$$

.4

4.1. نلاحظ أن $m_0 = 2 \text{mg}$.

عند $t = t_{1/2}$: $m_{1/2} = \frac{m_0}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{g}$ ، مبيانيا الأفضول الموافق هو $t_{1/2} = 5,25 \text{ans}$.



عند $t_1 = 10,5 \text{ans}$: نلاحظ أن $t_1 = 2t_{1/2} \Rightarrow m_1 = \frac{m_0}{2^2} \Rightarrow m_1 = 0,5 \text{g}$

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \quad 4.2$$

$$m(\tau) = m_0 e^{-\lambda \tau} : \text{عند } t = \tau$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda \tau = 1 \Rightarrow m(\tau) = m_0 e^{-\lambda \tau} = m_0 e^{-1} \Rightarrow m(\tau) = \frac{m_0}{e}$$

4.3. النشاط الإشعاعي a عند لحظة t هو عدد التفتتات في الثانية، تعبيره : $a = -\frac{dN}{dt}$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow a = -\frac{d(N_0 e^{-\lambda t})}{dt} = -N_0 \frac{d(e^{-\lambda t})}{dt}$$

$$\frac{d(e^{ax})}{dx} = ae^{ax} \Rightarrow \frac{d(e^{-\lambda t})}{dt} = -\lambda e^{-\lambda t} \Rightarrow a = N_0 \lambda e^{-\lambda t} \Rightarrow a = \lambda N$$

$$a_0 = \lambda N_0 \quad : t=0 \text{ عند}$$

$$n_0 = \frac{m_0}{M} : m_0 \text{ كمية مادة النويدات في الكتلة}$$

$$\text{عدد النويدات في الكتلة } m_0 : N_0 = n_0 \cdot N_A \Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \text{ حيث } N_A \text{ عدد أفوكادرو}$$

$$a_0 = \lambda N_0 \quad \text{ومن العلاقة}$$

$$\begin{cases} a_0 = \lambda \cdot \frac{m_0}{M} \cdot N_A \\ \lambda = \frac{1}{\tau} \end{cases} \Rightarrow a_0 = \frac{m_0 N_A}{\tau M}$$

نستنتج

عدد أفوكادرو N_A هو عدد الدقائق في 1 مول من المادة $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \Rightarrow a_0 = \frac{m_0 N_A}{\frac{t_{1/2}}{\ln 2} M} \Rightarrow a_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{t_{1/2} M}$$

تطبيق عددي :

$$a_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{t_{1/2} M} \Rightarrow a_0 = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{(5,25 \times 365,25 \times 24 \times 3600) 60} \ln 2 \Rightarrow a_0 = 8,40 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$