

حل الموضوع 01

www.pc-lycee.com

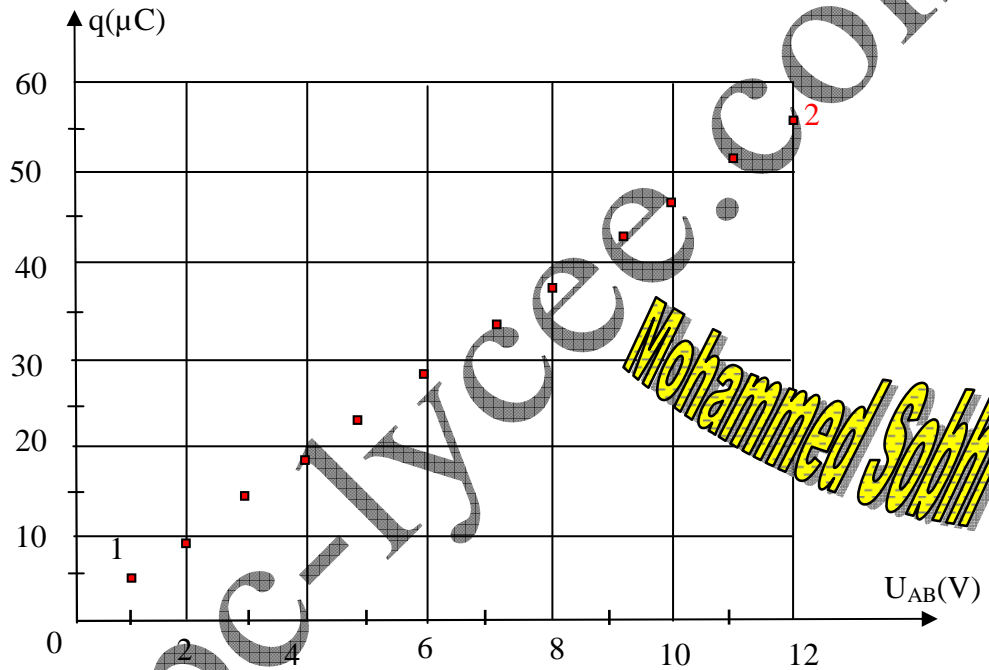
1. في حالة تيار ثابت تكون العلاقة بين شدة التيار I و الشحنة التي تتراكم على لبوس المكثف خلال المدة Δt كالتالي :

$$q = I\Delta t$$

$$\text{عند } t=3,0 \text{ s} : q=12 \cdot 10^{-6} \times 3 = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

2. المبيان $q=f(u_{AB})$ مستقيم يمر من أصل المعلم إذن هذه الدالة خطية معادلتها على شكل $q=k u_{AB}$.

علما أن $q=C u_{AB}$ ، نستنتج أن $C=k$ ، و k تمثل المعامل الموجه للمبيان :



$$C = \frac{q(2) - q(1)}{u_{AB}(2) - u_{AB}(1)} = \frac{(56 - 10) \cdot 10^{-6}}{12 - 1} = 4,63 \cdot 10^{-6} F = 4,63 \mu F$$

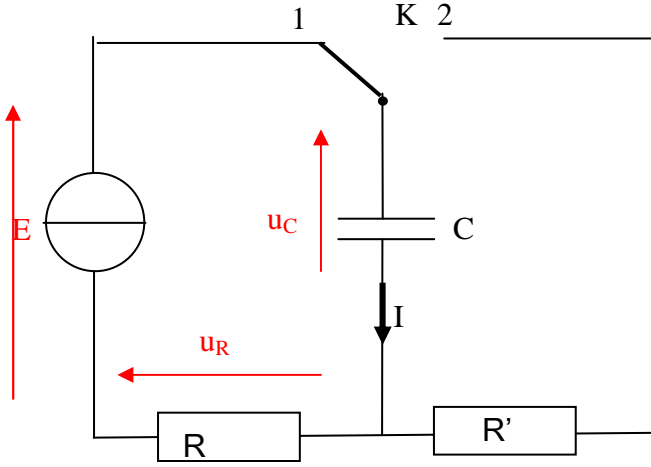
3. تمثل 10% من قيمة $C=4,63 \mu C$ المقدار $4,63 \times 10 / 100 = 0,46 \mu C$. نستنتج أن قيمة السعة توجد بين الحدين

$$4,63 - 0,46 \text{ و } 4,63 + 0,46 \text{ أي } 4,17 \mu F < C < 5,10 \mu F$$

نلاحظ أن القيمة المعلنة $C=4,7 \mu F$ من طرف الصانع توجد في هذا المجال إذن فالدقة صحيحة.

www.pc-lycee.com

الجزء الثاني :



.1

حسب قانون أوم : $u_R = RI$

حسب قانون إضافية التوترات : $E = u_C + u_R$

نستنتج : $E = u_C + Ri$

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad q = Cu_C \Rightarrow i = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

نستنتج : $E = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$

$$u_C = A(1 - e^{-\alpha t}) \Rightarrow u_C = A - Ae^{-\alpha t} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t} \quad .2$$

$$(A = Cte \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 0)$$

$$E = u_C + RC \frac{du_C}{dt} \Rightarrow E = A(1 - e^{-\alpha t}) + RCA\alpha e^{-\alpha t}$$

$$\Rightarrow E = A - Ae^{-\alpha t} + RCA\alpha e^{-\alpha t} \Rightarrow E = A - Ae^{-\alpha t}(1 - RC\alpha)$$

نعزل الجزء الثابت بالأحمر عن الجزء المتعلق بالزمن بالأزرق :

$$\Rightarrow \boxed{Ae^{-\alpha t}(1 - RC\alpha) = A - E}$$

$A \neq 0$ وإلا لكان التوتر u_C منعدما في كل لحظة .

$e^{-\alpha t}$ ليست منعدمة إلا في الحالة حيث تؤول t نحو $+\infty$ ($\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\alpha t} = 0$) .

الجزء $Ae^{-\alpha t}(1 - RC\alpha)$ متغير والجزء $A - E$ ثابت ، إذن لا يمكن أن يكونا متساويين إلا في حالة كانا منعدمين :

نستنتج أن $1 - RC\alpha = 0$ و $E - A = 0$.

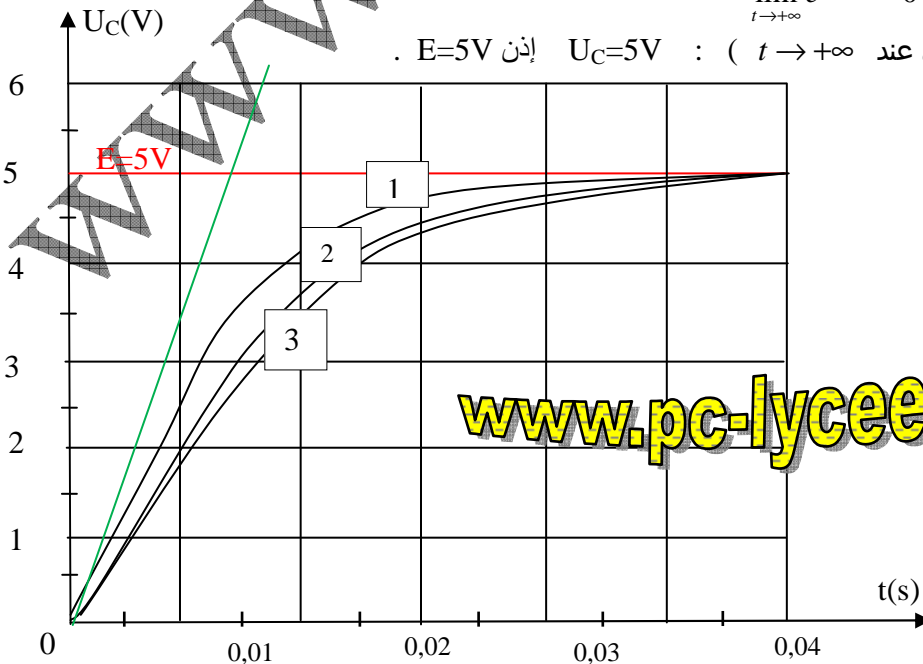
من العلاقة الأولى : $\alpha = \frac{1}{RC}$

ومن العلاقة الثانية : $A = E$.

.3 تحديد E :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{RC}t} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) = E$$

مبانيا : عند نهاية شحن المكثف (أي عند $t \rightarrow +\infty$) : $U_C = 5V$ إذن $E = 5V$.



4.1 من المعادلة التفاضلية : $E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$

وعند $t=0$ ، المكثف غير مشحون أي $u_c(0) = 0$ نستنتج :

$$E = u_c(0) + RC \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 \Rightarrow E = RC \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 = \frac{E}{RC}$$

تطبيق عددي : $\left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 = \frac{5}{2,2 \cdot 10^3 \times 4,7 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 = 4,83 \cdot 10^2 \text{ V/s}$

4.2 . نملا الجدول :

عند $t=0$ وحسب السؤال السابق $u_c(0) = 0$ و $\left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 = 483 \text{ V/s}$

من معادلة المشتقة : $u_c(t + \Delta t) = u_c(t) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_t \times \Delta t$

$$u_c(0 + \Delta t) = u_c(0) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 \times \Delta t \Rightarrow u_c(\Delta t) = u_c(0) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 \times \Delta t$$

$$\Rightarrow u_c(1) = u_c(0) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_0 \times 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow u_c(1) = 0 + 4,83 \cdot 10^2 \times 1 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow u_c(1) = 0,48 \text{ V}$$

عند $t=1 \text{ ms}$

ومن المعادلة التفاضلية : $E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$

$$E = u_c(1) + RC \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 = \frac{E - u_c(1)}{RC}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 = \frac{5 - 0,48}{2,2 \cdot 10^3 \times 4,63 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 = 444 \text{ V/s}$$

من معادلة المشتقة : $u_c(t + \Delta t) = u_c(t) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_t \times \Delta t$

$$u_c(1 + \Delta t) = u_c(1) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 \times \Delta t \Rightarrow u_c(\Delta t) = u_c(1) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 \times \Delta t$$

$$\Rightarrow u_c(2) = u_c(1) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_1 \times 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow u_c(2) = 0,48 + 444 \times 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow u_c(2) = 0,92 \text{ V}$$

عند $t=2 \text{ ms}$

ومن المعادلة التفاضلية : $E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$

$$\left(\frac{du_c}{dt} \right)_2 = \frac{E - u_c(2)}{RC} \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_2 = \frac{5 - 0,92}{2,2 \cdot 10^3 \times 4,63 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt} \right)_2 = 400 \text{ V/s}$$

من معادلة المشتقة : $u_c(t + \Delta t) = u_c(t) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_t \times \Delta t$

$$\Rightarrow u_c(3) = u_c(2) + \left(\frac{du_c}{dt} \right)_2 \times \Delta t \Rightarrow u_c(3) = 0,92 + 400 \times 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow u_c(3) = 1,32 \text{ V}$$

عند $t=3 \text{ ms}$

ومن المعادلة التفاضلية : $E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$

$$\left(\frac{du_c}{dt} \right)_3 = \frac{E - u_c(3)}{RC} = \frac{5 - 1,32}{2,2 \cdot 10^3 \times 4,7 \cdot 10^{-6}} = 356 \text{ V/s}$$

ثم نملاً الجدول :

3	2	1	0	t(ms)
1,32	0,92	0,48	0	$u_c(t)(V)$
356	400	444	483	$\left(\frac{du_c}{dt}\right)(V/s)$

5.

5.1. نلاحظ أنه كلما كانت الخطوة صغيرة ، كان المياني أقرب إلى المياني المحصل عليه نظريا . إذن تكون طريقة أولير أكثر دقة إذا كانت الخطوة أصغر.

5.2. عندما تكون Δt كبيرة ، تكون النقط الممثلة للمياني قليلة ويظهر مياني أولير بعيدا عن المياني النظري.

عندما تكون Δt صغيرة ، تكون النقط الممثلة للمياني كثيرة ويظهر مياني أولير قريبا جدا من المياني النظري، إلا أن هذه الطريقة تحتاج العمل بمجدول مثل Excel . أنظر ملف Excel لحل التمرين 8 ص 127 من الكتاب المدرسي (المسار) حيث يظهر تأثير Δt على مياني أولير في دراسة الدارة RL .

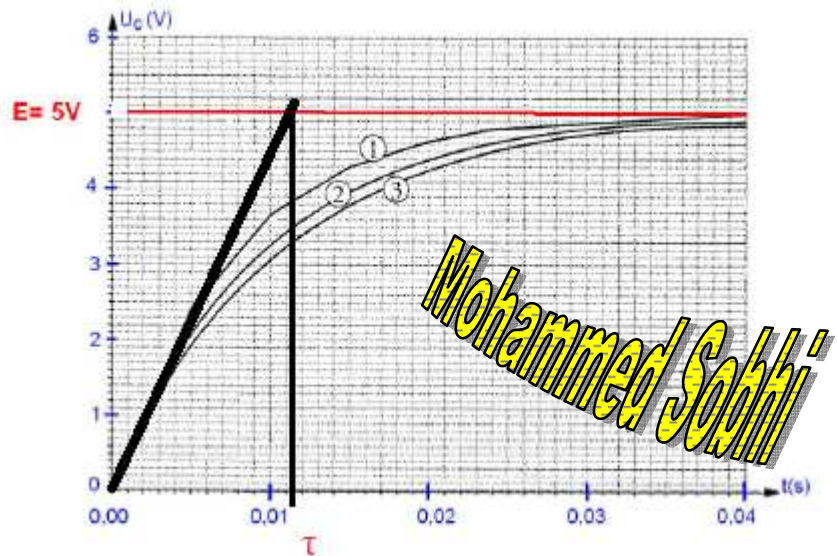
5.3. المقصود بالجملة " إذا افترضنا في إطار التجربة ، أن Δt صغيرة بشكل كاف " :

يجب أن تكون Δt أقل من المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف ، أي يجب أن تمكننا من تتبع تطور عملية الشحن خطوة خطوة .

6. ثابتة الزمن τ هي المدة الزمنية اللازمة لكي يبلغ شحنة المكثف 63% من قيمتها القصوى.

ميانيا ، تمثل τ أفصول تقاطع المياني مع المماس للمياني عند $t=0$. أنظر الشكل.

نلاحظ أن : $\tau = 0,011s$.



$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} \Rightarrow C = \frac{0,011}{2,2 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-6} F \Rightarrow \boxed{C = 5 \mu F}$$

نلاحظ أن هذه القيمة المحصل عليها ميانيا تقارب القيمة الاسمية.

7. الافتراض الأول : في حالة الشحن $\tau = RC$ وفي حالة التفريغ $\tau' = R'C$.

بما أن $R' > R$ فإن $\tau' > \tau$ ، وبالتالي فإن مدة التفريغ أكبر من مدة الشحن.

إن الافتراض الأول صحيح .

الافتراض الثاني : ثابتة الزمن بالنسبة للدارة عند التفريغ تساوي $R'C$ وليس $(R+R')C$ لأن الدارة عند التفريغ تحتوي على

المقاومة R' فقط.