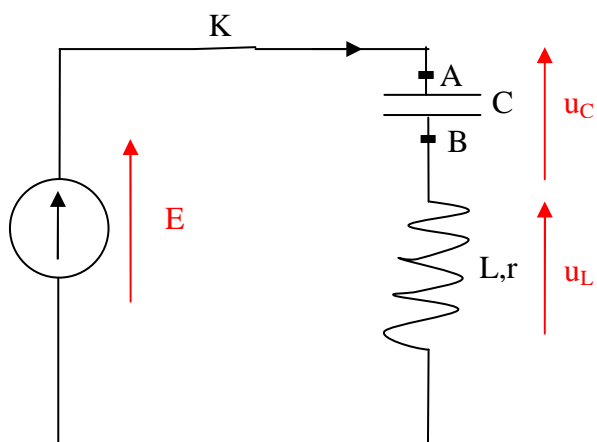


حل الموضوع 03

www.pc-lycee.com



1. نظام الذبذبات شبه دوري مخمد .
2. يفسر هذا النوع من الذبذبات بوجود مقاومة في الدارة تعمل على تبديد الطاقة الكهربائية بمفعول جول.
3. المعادلة التفاضلية :
حسب قانون إضافة التوترات :

$$u_C + u_L = 0$$

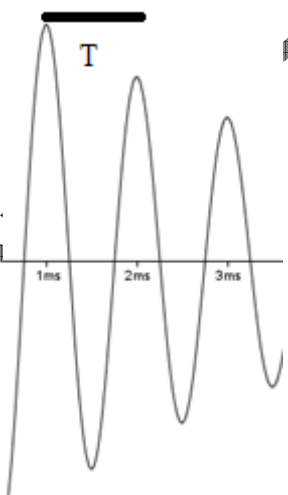
$$u_L = L \frac{di}{dt} + ri$$

$$\begin{cases} i = \frac{dq}{dt} \\ q = Cu_C \end{cases} \Rightarrow i = \frac{d(Cu_C)}{dt} \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = d\left(C \frac{du_C}{dt}\right) = C \frac{d^2u_C}{dt^2} \Rightarrow u_L = LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + rC \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + rC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

4. ميانا شبه الدور هو المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر u_C : $T=1ms$.



5. نعتبر المقاومة r منعدمة :

$$5.1. \text{ فتصبح المعادلة التفاضلية السابقة كالتالي : } LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

- 5.2. تحديد الثوابت U_m ، α و φ :

$$u_C(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -U_m \alpha \sin(\alpha t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m \alpha^2 \cos(\alpha t + \varphi)$$

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0 \Rightarrow -LC U_m \alpha^2 \cos(\alpha t + \varphi) + U_m \cos(\alpha t + \varphi) = 0$$

$$\Rightarrow U_m \cos(\alpha t + \varphi) [1 - LC \alpha^2] = 0 \Rightarrow 1 - LC \alpha^2 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$t = 0 \begin{cases} u_c(0) = U_m \\ u_c(0) = U_m \cos(\alpha \times 0 + \varphi) = U_m \cos \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_m = U_m \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$t = 0 \begin{cases} u_c(0) = U_m \cos(\alpha \times 0) = U_m \\ u_c(0) = 6V \end{cases} \Rightarrow U_m = 6V$$

ويكون تعبير التوتر u_c كالتالي : $u_c = U_m \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$

$$5.3. \text{ تعبير الشحنة : } q = C u_c \Rightarrow q = C U_m \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$\text{تعبير شدة التيار : } i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = -C U_m \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right) \quad (\text{تذكير : } (a \cos bx)' = -ab \sin bx)$$

$$5.4. \text{ تعبير الدور الخاص للذبذبات في هذه الدارة : } T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$6. \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \sqrt{LC} = \frac{T}{2\pi} \Rightarrow LC = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

$$\text{تطبيق عددي : } L = \frac{1}{0,25 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{1 \cdot 10^{-3}}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow L = 0,10H$$

$$7. \quad R_0 i = u_L + u_c \Rightarrow R_0 i = r i + L \frac{di}{dt} + u_c$$

$$\Rightarrow R_0 i = r i + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c$$

لكي تكون الذبذبات جيبة ، يجب أن تتحقق العلاقة $LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$ ، نستنتج إذن :

$$\Rightarrow R_0 i = r i + \underbrace{LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c}_{=0} \Rightarrow R_0 i = r i \Rightarrow R_0 = r$$