

حل الموضوع 04

حل التمرين 8 :

1. في البداية ($t=0$) يكون المكثف مشحونا ، إذن الطاقة المخزونة في المكثف غير منعدمة ، وهي ممثلة بالمبيان رقم 3.
- في $t=0$ ، الوشعة لا تخزن أي طاقة ، المبيان الممثل لها هو الرقم 2. المبيان رقم 1 هو الممثل للطاقة الكلية.
2. في اللحظة $t=0$:
الطاقة المخزونة في المكثف : $E_c=250\mu\text{J}$.
الطاقة المخزونة في الوشعة : $E_m=0$.
3. تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $E_c = \frac{1}{2} C u_c^2$. نلاحظ أن $u_c > 0$ و $C > 0$ إذن $E_c > 0$.
- تعبير الطاقة المخزونة في الوشعة : $E_m = \frac{1}{2} L i^2$. نلاحظ أن $i > 0$ و $L > 0$ إذن $E_m > 0$.
4. تتناقص الطاقة الكلية في الدارة بسبب ضياعها بمفعول جول في الموصل الأومي.

www.pc-lycee.com

حل التمرين 9 :

Mohammed Sobhi

$$u_c + u_L = 0 ; u_L = L \frac{di}{dt} ; i = \frac{dq}{dt}$$

$$q = C u_c \Rightarrow i = \frac{d(C u_c)}{dt} \Rightarrow i = C \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = d\left(C \frac{du_c}{dt}\right) = C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \Rightarrow u_L = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

$$\Rightarrow LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

$$u_c(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

$$E_c = \frac{1}{2} C u_c^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2} L i^2 \\ i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \end{cases} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} L C^2 \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2$$

$$\frac{du_c}{dt} = -E \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) \Rightarrow \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 = E^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} LC^2 E^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right)$$

$$E = E_c + E_m = \frac{1}{2} CE^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) + \frac{1}{2} LC^2 E^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right)$$

$$E = \frac{1}{2} CE^2 \left(\cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) + LC \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) \right)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 LC = 1 \Rightarrow E = \frac{1}{2} CE^2 \left(\cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) \right)$$

$$\cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) = 1 \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2} CE^2}$$

www.pc-lycee.com

نلاحظ ان C ثابتة و E ثابتة إذن E تبقى ثابتة خلال الزمن .

2.

2.1. في حالة r غير مهملة (r ≠ 0) :

$$u_c + u_L = 0$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} + ri$$

$$\frac{di}{dt} = d \left(C \frac{du_c}{dt} \right) = C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \Rightarrow u_L = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + rC \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \boxed{LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + rC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0}$$

2.2. تعبير الطاقة الكلية المخزونة في الدارة في لحظة t : $E_t = \frac{1}{2} Cu_c^2 + \frac{1}{2} Lt^2$

تعبير مشتقة E_t بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{du_c^2}{dt} + \frac{1}{2} L \frac{di^2}{dt}$$

$$\frac{du_c^2}{dt} = 2u_c \frac{du_c}{dt} \quad \frac{di^2}{dt} = 2i \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = \frac{1}{2} C 2u_c \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{2} L 2i \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt} + Li \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt} + LC \frac{du_c}{dt} \times C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(u_c + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right)$$

من المعادلة التفاضلية نستنتج : $LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + rC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \Rightarrow u_c + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = -rC \frac{du_c}{dt}$

ونعوض في مشتقة E_t بالنسبة للزمن : $\frac{dE_t}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(-rC \frac{du_c}{dt} \right) \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = -rC^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2$

$$i = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dE_t}{dt} = -ri^2}$$

نلاحظ أن $\frac{dE_t}{dt} < 0$ ، إذن الطاقة الكلية للدارة تتناقص مع الزمن ، حيث يتم تبديدها في مقاومة الوشعة

بمفعول جول .