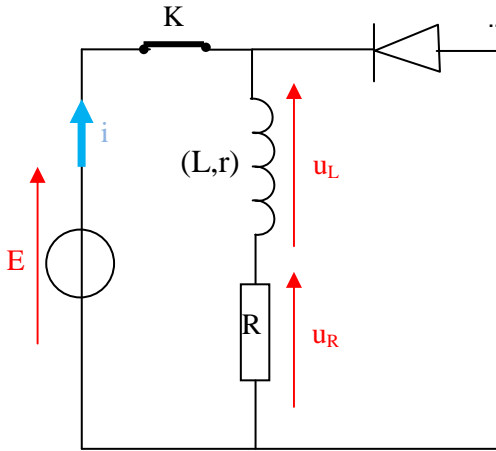


المعادلة التفاضلية وحلها عند إقامة التيار في دائرة RL

نعتبر التركيب التالي المكون من وشيعة (L,r)، موصل أومي (R) ومولد توتر مستمر قوته الكهرومحرمة E على التوالي وصمام ثنائي على التوازي. نغلق قاطع التيار K. فيظهر تيار في الدائرة المكونة من الوشيعة، الموصل الأومي والمولد.



المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات : $E = u_L + u_R$.

علما أن : $u_L = L \frac{di}{dt} + ri$ و $u_R = Ri$ ، نستنتج :

$$E = L \frac{di}{dt} + ri + Ri \Rightarrow E = L \frac{di}{dt} + (r + R)i$$

حل المعادلة التفاضلية :

يكون الحل على شكل : $i = Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + B$

حيث A ، B و τ قيم ثابتة يجب تحديد تعبير كل منها :

نشق هذه المعادلة بالنسبة للزمن :

$$\frac{di}{dt} = \frac{d\left(Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + B\right)}{dt} = \frac{d\left(Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}\right)}{dt} + \frac{d(B)}{dt}$$

$$\frac{d\left(Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}\right)}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} \quad \frac{d(B)}{dt} = 0 \quad (B = Cte)$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}$$

نعوض تعبير i و $\frac{di}{dt}$ في المعادلة التفاضلية :

$$E = -L \frac{A}{\tau} e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + (R+r) \left(Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + B \right)$$

$$\Rightarrow E = -L \frac{A}{\tau} e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + (R+r) Ae^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + B(R+r)$$

نعمل بالتعبير $e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}$ و نعزل الجزء الثابت عن الجزء المتعلق بالزمن :

$$E = e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} \left(-L \frac{A}{\tau} + (R+r)A \right) + B(R+r)$$

تحديد B و τ : لكي تكون هذه العلاقة صحيحة في كل لحظة t ، يجب أن يكون المقدار المتغير منعدما في كل لحظة ،

$$E = e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} \left(-L \frac{A}{\tau} + (R+r)A \right) + B(R+r)$$

مقدار ثابت

مقدار متغير مع الزمن

مقدار ثابت

$$E = 0 + B(R+r) \Rightarrow B = \frac{E}{R+r} \quad \text{نستنتج :}$$

$$e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} \left(-L \frac{A}{\tau} + (R+r)A \right) = 0 \Rightarrow -L \frac{A}{\tau} + (R+r)A = 0$$

$$\Rightarrow A \left(-\frac{L}{\tau} + (R+r) \right) = 0 \Rightarrow -\frac{L}{\tau} + (R+r) = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

تحديد A :

عند t=0 :

$$\begin{cases} i = 0 \\ i = Ae^0 + B \end{cases} \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow A = -B \Rightarrow A = -\frac{E}{R+r}$$

تعبير شدة التيار أثناء إقامة التيار في دائرة RL :

$$i = -\frac{E}{R+r} e^{-t\left(\frac{R+r}{L}\right)} + \frac{E}{R+r} \Rightarrow i = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-t\left(\frac{R+r}{L}\right)} \right)$$

التمثيل المبياني لشدة التيار i :

