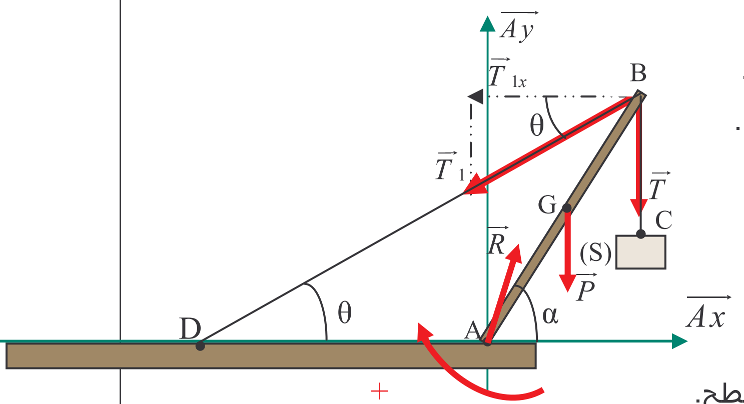
حل التمرين 11



1. جرد القوى المطبقة على العارضة AB :
- $\vec{P}$ وزن العارضة.
- $\vec{T}$ القوة المطبقة من طرف الجزء BC من الخيط .
- $\vec{T}_1$ القوة المطبقة من طرف الجزء BD من الخيط .
- $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي على العارضة بالطرف A .

2. في غياب الاحتكاك ، تكون القوة $\vec{R}$ عمودية على السطح.
بوجود الاحتكاك ، تكون القوة $\vec{R}$ مائلة عن العمودي على السطح.
العارضة في حالة توازن ، حسب الشرط الأول للتوازن :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{T}_1 + \vec{R} = \vec{0}$$

إسقاط العلاقة على المحور $\vec{Ax}$:

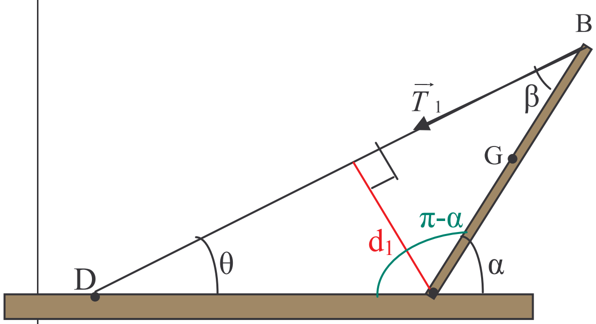
$$P_x + T_x + T_{1x} + R_x = 0$$

$$P_x = 0 \quad ; \quad T_x = 0$$

$$T_{1x} = -T_1 \cos\theta$$

نستنتج : $R_x - T_1 \cos\theta = 0 \Rightarrow \boxed{R_x = T_1 \cos\theta}$

نلاحظ أن $R_x > 0$ ، إذن المتجهة $\vec{R}$ مائلة بالنسبة للعمودي السطح نحو اليمين.
التماس يتم إذن باحتكاك.



3. بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة للمحور الأفقي Δ المار من A والعمودي على الشكل:

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0 \Rightarrow M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) + M_\Delta(\vec{T}_1) + M_\Delta(\vec{R}) = 0 \quad (1)$$

$$M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$M_\Delta(\vec{T}) = +T.d \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{d}{AB} \Rightarrow M_\Delta(\vec{T}) = T.AB\cos\alpha$$

$$T = mg \Rightarrow M_\Delta(\vec{T}) = mg.AB\cos\alpha$$

$$M_\Delta(\vec{T}_1) = -T_1 d_1 \quad ; \quad \sin\beta = \frac{d_1}{AB} \Rightarrow M_\Delta(\vec{T}_1) = -T_1.AB\sin\beta$$

$$M_\Delta(\vec{P}) = +Pd_2 \quad ; \quad d_2 = \frac{AB}{2}\cos\alpha \Rightarrow M_\Delta(\vec{P}) = Mg.\frac{AB}{2}\cos\alpha$$

$$(1) \Rightarrow Mg.\frac{AB}{2}\cos\alpha + T.AB\cos\alpha - T_1.AB\sin\beta = 0$$

$$\beta + \theta + (\pi - \alpha) = \pi \Rightarrow \beta = \alpha - \theta \Rightarrow \boxed{T_1 = g\left(\frac{M}{2} + m\right)\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha - \theta)}}$$

تطبيق عددي : $T_1 = 10N$

4. نسقط العلاقة $\sum\vec{F}=\vec{0}\Rightarrow\vec{P}+\vec{T}+\vec{T}_1+\vec{R}=\vec{0}$ على المحورين $\overrightarrow{Ax}$ و $\overrightarrow{Ay}$:

على المحور $\overrightarrow{Ax}$:

$$P_x+T_x+T_{1x}+R_x=0\Rightarrow -T_1\cos\theta+R_x=0$$
$$\Rightarrow R_x=T_1\cos\theta$$

على المحور $\overrightarrow{Ay}$:

$$P_y+T_y+T_{1y}+R_y=0\Rightarrow -P-T_1\sin\theta-T+R_y=0$$
$$\Rightarrow R_y=Mg+T_1\sin\theta+mg\Rightarrow R_y=g(M+m)+T_1\sin\theta$$

تعبير شدة القوة $\vec{R}$:

$$R^2=R_x^2+R_y^2\Rightarrow R=\sqrt{(T_1\cos\theta)^2+(g(M+m)+T_1\sin\theta)^2}$$
$$\Rightarrow R=\sqrt{T_1^{\,2}+g^2(M+m)^2+2gT_1(M+m)\sin\theta}$$

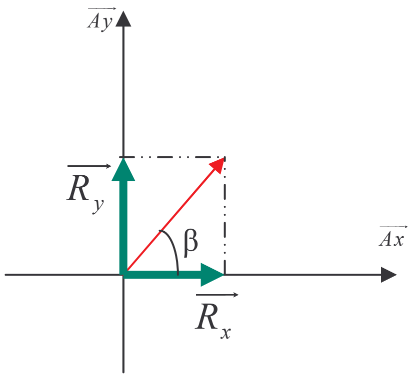
تطبيق عددي :

$$R=\sqrt{100+100\times1,5^2+2\times10\times10\times1,5\times\sin30°}$$
$$R=21,8N$$

تحديد اتجاه $\vec{R}$:

$$tg\,\beta=\frac{R_y}{R_x}=\frac{g(M+m)+T_1\sin\theta}{T_1\cos\theta}=\frac{g(M+m)}{T_1\cos\theta}+tg\,\theta$$

$$tg\,\beta=\frac{10\times1,5}{10\times\cos30°}+tg\,30=2,3\Rightarrow\beta=66,5°$$



اتجاه $\vec{R}$ يقيم الزاوية 66,5° مع المستوى الأفقي .